

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»



«УТВЕРЖДАЮ»
Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
_____ / Д.Г. Вержицкий

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
в магистратуру по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Профиль (направленность) программы
«Математическое моделирование»

в 2025 году

НОВОКУЗНЕЦК 2024

Форма проведения вступительных испытаний: **тест.**

Продолжительность – **2 часа (120 минут).**

Максимальная оценка – **100 баллов.**

Каждый раздел программы содержит вопросы, позволяющие определить основные умения и навыки, которыми должен обладать поступающий в магистратуру в соответствии с ФГОС ВО.

Тест включает в себя 12 заданий: 10 заданий общего уровня и общей подготовки, оцениваемые максимум по 5 баллов за каждое, и 2 задания с вариантами ответов в письменной форме (ситуационные задачи), оцениваемые по 25 баллов.

Задания общего уровня и общей подготовки оцениваются следующим образом:

5 баллов ставится, если абитуриент полностью ответил на поставленный вопрос (решил правильно задачу);

4 балла ставится, если правильно решал задачу, но получил неверный ответ из-за ошибок вычисления или округлений;

3 балла ставится, если абитуриент правильно решал задачу, но допустил незначительные ошибки в реализации алгоритма решения или неправильно проводил вычисления;

2 балла ставится, если абитуриент наметил правильный путь решения, приступил к решению, но не довел решение до конца;

1 балл ставится, если абитуриент приступил к решению задачи, но выбрал неправильный алгоритм;

0 баллов ставится, если абитуриент не приступал к решению задачи.

Задания с вариантами ответов в письменной форме (ситуационные задачи) оцениваются следующим образом:

5 баллов ставится, если в ситуационной задаче поставлена проблема.

10 баллов – если построена математическая модель задачи.

15 баллов – в задаче построена модель и проведено решение одного из этапов задачи.

20 баллов – задача решена, но содержатся неточности или ошибки в расчетах.

25 баллов – задача решена полностью.

Нижний порог прохождения – **30 баллов.**

В программе представлены:

примерные тестовые задания;

краткое содержание тем;

учебная литература.

Апелляция по вступительным испытаниям проводятся на следующий день после опубликования результатов.

I. Примерные тестовые задания

1. Вычислить производную функции $y = \cos^5(2x^4 + 9)$

2. Вычислить интеграл $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx$

3. В задаче минимизации функции $f(x) = x_1^2 + x_1 + x_2^2 + 2x_2 + 1$ точках = (0,5;1):

- 1) точка минимума;
- 2) точка максимума;
- 3) не является точкой экстремума.

4. Найти частные производные первого порядка $\frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z = \cos(2x^4 - 2y) + x \cdot e^{y^2}$$

5. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)^2}$

6. В урну, содержащую 3 шара, опущен белый шар. После чего из урны случайным образом извлекается шар, он оказался белым. Определить вероятность того, что в урне первоначально находилось 1 белый и 2 черных шара (если равно возможны все предположения о первоначальном составе шаров по цвету: белые, черные).

7. Случайная величина X имеет биномиальный закон распределения. Производится 4 испытаний. Математическое ожидание равно $M(X) = 6$. Найти дисперсию $D(X)$ и вероятность $P(X = 4)$ того, что значение случайной величины равно 2.

8. Проверить порядок аппроксимации выражения

$$\left. \frac{2f_0 - 5f_1 + 4f_2 - f_3}{h^2} \right|_{x_0}$$

9. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - y' - 2y = 0$$

10. Найти собственные значения матрицы

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

11. Ситуационная задача 1.

Цех выпускает два вида продукции А и Б с двумя видами ресурсов R1 и R2, запасы которых ежедневно составляют по 700 единиц. При выпуске единицы продукции А используется 3 единицы ресурса R1 и 4 единицы ресурса R2. При выпуске единицы продукции Б используется 4 единицы ресурса R1

и 3 единицы ресурса R2. Прибыль от единицы продукции вида А и Б одинакова.

Определить оптимальные объемы выпуска продукции.

Какой из ресурсов используется полностью?

12. Ситуационная задача 2.

Разработать алгоритм, готовый к программированию, для поиска корня одномерной функции в ограниченной области

II. Содержание тем

СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ И ОБРАЗЦЫ ВОПРОСОВ ПО ДИСЦИПЛИНАМ, ВКЛЮЧЕННЫМ В ПРОГРАММУ ПИСЬМЕННОГО ЭКЗАМЕНА

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ.
 1. Существование предела монотонной последовательности.
 2. Сходимость по критерию Коши.
 3. Подпоследовательности, нахождение частичных пределов.
2. ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.
 1. Нахождение предела функции.
 2. Порядок малости и порядок роста функции.
 3. Непрерывность и точки разрыва.
 4. Исследование на равномерную непрерывность.
3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.
 1. Нахождение производной сложной функции.
 2. Дифференциал, приближенные вычисления.
 3. Раскрытие неопределенностей.
 4. Формула Тейлора.
 5. Исследование функции.
 6. Неопределенный интеграл.
4. ИНТЕГРАЛ РИМАНА.
 1. Интеграл с переменным верхним пределом.
 2. Замена переменной в определенном интеграле.
 3. Приложения интеграла.
5. ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ.

Предел, непрерывность.
6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФМП.
 1. Исследование функции на дифференцируемость.
 2. Формула Тейлора.
 3. Дифференцирование неявных функций.
 4. Исследование на экстремум, условный экстремум.
 5. Нахождение наибольших, наименьших значений функции.
7. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ.
 1. Исследование сходимости положительных рядов.
 2. Исследование абсолютной и условной сходимости.
8. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ.
 1. Исследование равномерной сходимости ФП.
 2. Нахождение области сходимости ФР.
 3. Равномерная сходимость ФР и свойства суммы.
9. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ.
 1. Нахождение радиуса сходимости, области сходимости.
 2. Разложение функции в степенной ряд.

2. ГЕОМЕТРИЯ И АЛГЕБРА

1. АЛГЕБРА

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.

2. Определитель матрицы. Определитель с углом нулей. Разложение определителя. Определитель произведения матриц. Критерий равенства определителя нулю. Обратная матрица.

3. Многочлены. Деление с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Кратные корни.

4. Векторные пространства и линейные операторы. Базис и размерность векторного пространства. Подпространство, сумма подпространств, размерность суммы. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Диагонализируемость.

5. Евклидовы пространства. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации. Неравенства треугольника и Коши-Буняковского. Симметрические операторы. Ортогональные операторы.

2. ГЕОМЕТРИЯ

6. Скалярное, векторное и смешанное произведение. Аффинная и декартова системы координат. Уравнения линий и поверхностей.

7. Прямая линия на плоскости: общее уравнение прямой, параметрическое и каноническое уравнения, уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору уравнение. Расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми.

8. Плоскость и прямая в пространстве: общее и параметрическое уравнение плоскости, уравнение плоскости, проходящей через данную точку ортогонально данному вектору Расстояние от точки до плоскости, угол между плоскостями.

9. Общее и параметрическое уравнение прямой в пространстве, канонические уравнения прямой, расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещенными прямыми, угол между прямой и плоскостью, взаимное расположение двух прямых, взаимное расположение прямой и плоскости.

1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения и его решения. Интегральная кривая.

2. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли.

3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка.

4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы уравнений.

5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения высокого порядка.

6. Линейные однородные системы уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.

7. Линейные системы с переменными коэффициентами. Линейная зависимость функций и определитель Вронского. Формула Лиувилля–Остроградского.

3. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Классическое определение вероятности.

2. Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность.

3. Схема испытаний Бернулли.

4. Случайная величина, ее функция распределения, плотность вероятностей.

5. Числовые характеристики случайной величины.

6. Закон распределения двумерной случайной величины, ее числовые характеристики.

7. Числовые характеристики функций от случайных величин, закон распределения.

5. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

1. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Геометрическая интерпретация ЗЛП. Графический метод решения.

2. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности решения. Градиентный метод безусловной оптимизации.

3. Общая задача нелинейного программирования. Необходимые условия минимума. Условие регулярности. Достаточные условия минимума.

1. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

1. Абсолютная и относительная погрешности.

2. Погрешность функции. Линейная оценка погрешности.

3. Интерполяционный полином Лагранжа.

4. Оценка остаточного члена интерполяционного полинома Лагранжа.

5. Обобщенные квадратурные формулы.

6. Метод простой итерации решения СЛАУ.

7. Оптимизация скорости сходимости итерационных процессов.

8. Метод простой итерации решения систем нелинейных уравнений.

7. ИНФОРМАТИКА

1. Основные структуры данных, алгоритмы поиска и сортировки. Структуры данных: списки, очереди, стеки, множества, графы, деревья.
2. Последовательный и бинарный поиск, поиск в двоичном дереве, устранение коллизий.
3. Элементы языка SQL. Компиляторы языка SQL. Стандартный интерфейс манипуляции с данными. Компилятор языка. Основные компоненты.
4. Целостность по ссылкам. Общие принципы поддержания целостности данных в реляционной модели. Целостность сущностей. Первичный и внешний ключи.
5. Типы транзакций. Два результата завершения транзакции.

8. ПРОГРАММИРОВАНИЕ

1. Базисные типы данных в традиционных языках программирования.
2. Правила передачи параметров.
3. Инкапсуляция. Абстрактные типы данных.
4. Имена в языках программирования. Описания и области действия. Правила видимости. Перекрытие имен и видимость.
5. Процедуры, функции и модули. Организация ввода-вывода в языках программирования.
6. Сложные структуры данных.
7. Тип «указатель» и ссылочный тип. Реализация алгоритмов работы с динамическими структурами (списки, очереди, двоичные деревья).

III. Список литературы:

1. А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. Курс математического анализа.- М.: Наука, 1988.
2. Л. Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. Т-1, 1988; Т-3,1991;- М.: Наука.
3. В. А. Зорич. Математический анализ. Т-1,2. -М.: Наука, 1984.
4. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. М.:Наука, 1989
5. Кострикин А. И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977
6. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982
7. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1984
8. Самойленко А. С. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи.М.: Высшая школа, 1989
9. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры[Текст] : учебник / П. С. Александров. - 2-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 511 с.
10. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И.Мальцев. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009.
11. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры [Текст] : учебник / А. Г. Курош. - 16-е изд., стер. - СПб. : Лань ; М. : Физматкнига, 2007. - 431 с.
12. Зуланке Р., Онищик А.Л. Алгебра и геометрия. В 3 кн. Введение. Т.1,URSS, 2012
13. Глухов М.М. Алгебра и геометрия, URSS, 2012
14. Романко, В.К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Текст] / В.К. Романко [и др.] . – 3-е изд. –Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2012. – 219 с.
15. Боровков А. А. Теория вероятностей. Новосибирск, Издательство институт математики, 1999
16. Чистиков В. П. Теория вероятностей М.: Наука, 1982
17. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982
18. Кремер Н.Ш. «Теория вероятностей и математическая статистика»,
19. учебник, М., 2010. 551 с.
20. Данилов Н.Н. Задачи нелинейного программирования. Методическая разработка по курсам «Методы оптимизации», «Вариационные исчисления и методы оптимизации. КемГУ, Кемерово, 1993.
21. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. М., Наука, 1991.
22. Кузнецов Ю.Н. и др. Математическое программирование. М., Высшая школа, 1980.
23. Ногин В.Д. и др. Основы теории оптимизации. М., Высшая школа,1986.

24. Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. - 2-е изд., стереотипное. - СПб.: Лань, 2012. - 448 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3799
25. Крутиков, В. Н. Методы оптимизации: учеб. пособие / В. Н. Крутиков; Кемеровский гос. ун-т. – Кемерово, 2011. – 91 с.
26. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.: Наука, 1975г.
27. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука.1975.
28. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. –М. Наука. 1978.
29. Бахвалов, Н. С. Численные методы: учеб. пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельников.- 7-е изд.- М.: Бином. Лаборатория Знаний, 2011. - 636 с.
30. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. Высшая математика. Математическое программирование/ – СПб.: Лань, 2012. Точка доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/4550/>
31. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учеб. пособие / А. Б. Васильева [и др.]. - 3-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2010. - 429 с.
32. Г. Гагарина, Е. В. Кокорина, Б. Д. Виснадул. - М. : ФОРУМ - ИНФРА-М,
33. 2012. - 399 с.
34. Безручко, В. Т. Информатика : (курс лекций): учеб. пособие / В. Т. Безручко. - М. : ФОРУМ - ИНФРА-М, 2009. - 431 с. 20.
35. Гудов, А. М. Базы данных и системы управления базами данных. Программирование на языке PL/SQL : учеб. пособие / А. М. Гудов, С. Ю. Завозкин, Т. С. Рейн ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : ИНТ, 2010. – 133с.
36. Информатика. Базовый курс : учеб. пособие для вузов / под ред. С. В.Симоновича. - 3е изд. - СПб. : Питер, 2012. - 637 с.
37. Кузнецов, С. Д. Основы баз данных : учеб. пособие / С. Д. Кузнецов. - 2-е
38. изд., испр. М. : Интернет-Университет Информационных Технологий: Бином. Лаборатория Знаний, 2010. - 484 с.
39. Хорев, П. Б. Объектно-ориентированное программирование : учеб. пособие / П. Б. Хорев. - 3-е изд., испр. - М. : Академия, 2011. - 447 с.
40. Гудов, А. М. Базы данных и системы управления базами данных. Программирование на языке PL/SQL : учеб. пособие / А. М. Гудов, С. Ю. Завозкин, Т. С. Рейн ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : ИНТ, 2010. - 133с.
41. Советов, Б. Я. Базы данных. Теория и практика : учебник / Б. Я. Советов, В.В. Цехановский, В. Д. Чертовской. - 2-е изд. - М. : Юрайт, 2012. - 463 с.
42. Любимский Э.З., Мартынюк В.В., Трифонов Н.П. Программирование. М.:
43. Наука,1980.

44. Вирт Н. Алгоритмы + структура данных = программа. М.: Мир, 1985.
45. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 1. Основные алгоритмы. М.: Мир, 1976.
46. Поляков Д.Б., Круглов И.Ю. Программирование в среде ТурбоПаскаль. М.: Изд-во МАИ, 1992.
47. Керниган Б., Ричи Д. Язык Си. М.: Финансы и статистика, 1990.
48. Стауструп Б., Эллис М. Справочное руководство по языку C++ с комментариями. М.: Мир, 1992.